

## **Algebra** (13 CFU)

**Lingua insegnamento:** Italiano

**Contenuti:** Nozioni elementari di teoria degli insiemi - Introduzione alla teoria dei gruppi - omomorfismi e gruppi quoziente - Primi elementi di teoria degli anelli – ideali ed anelli quoziente – fattorizzazione – Prime nozioni di teoria dei campi - estensioni di campi.

**Testi di riferimento:**

Dikran Dikranjan, Maria Silvia Lucido “Aritmetica e algebra”, Liguori Editore, Napoli 2007

**Obiettivi formativi:** Si prevede che al termine del corso gli studenti sappiano riconoscere le strutture algebriche fondamentali e abbiano acquisito competenze in merito alla loro utilizzazione e applicazione in ambiti matematici più generali. Lo studio e l’approfondimento di tali concetti dovrà consentire inoltre l’affinamento del rigore logico e l’acquisizione delle capacità di formalizzazione.

**Prerequisiti:** Nessuno

**Metodi didattici:** Lezioni frontali che prevedono anche l’illustrazione di esempi significativi e lo svolgimento in classe di esercizi. Sessioni di approfondimento ed esercitazioni che coinvolgono direttamente gli studenti a livello individuale e di gruppo

**Modalità di verifica dell'apprendimento:** Prova scritta ed esame orale al termine del corso.

**Programma esteso:**

**Insiemi, relazioni e funzioni:** Relazioni e funzioni. Composizione di applicazioni, applicazioni invertibili, applicazioni biettive. Relazioni d'equivalenza, classi di equivalenza, insieme quoziente. Relazioni d'ordine.

**Insiemi numerici:** Una presentazione di  $\mathbb{N}$ , il principio d'Induzione, le dimostrazioni per induzione. Il principio del minimo. I numeri interi. L'algoritmo di divisione Euclidea in  $\mathbb{Z}$ . La relazione di divisibilità in  $\mathbb{Z}$ . Il M.C.D., l'identità di Bezout. Il teorema fondamentale dell'aritmetica. Il teorema di Euclide. La congruenza modulo  $n$  in  $\mathbb{Z}$ . Equazioni congruenziali. Il piccolo teorema di Fermat. La funzione di Eulero e il teorema di Eulero. I numeri razionali. I numeri complessi, le radici  $n$ -esime di un numero complesso, l'enunciato del teorema fondamentale dell'algebra. I quaternioni reali.

**Strutture algebriche, omomorfismi e quozienti:** Gruppi e loro proprietà elementari, gruppi abeliani, gruppi ciclici, periodo di un elemento, gruppi di permutazione. Sottogruppi, classi laterali, il teorema di Lagrange, Sottogruppi normali, gruppi quozienti, omomorfismi di gruppi, nucleo e immagine di un omomorfismo, il teorema di omomorfismo per i gruppi.

Anelli e loro proprietà elementari, anelli commutativi, unitari, elementi invertibili, domini di integrità, campi, sottoanelli, sottocampi, campo dei quozienti. Gruppi e anelli di matrici. Prodotto diretto di gruppi e di anelli. Ideali. Anelli quoziente, omomorfismi di anelli, il teorema di omomorfismo per gli anelli.

Domini euclidei, principali, fattoriali. Gli interi di Gauss.

**L'anello dei polinomi:** Serie formali di potenze, polinomi. Il grado di un polinomio. Divisibilità nell'anello dei polinomi, radici di un polinomio. Fattorizzazione negli anelli dei polinomi. Criteri di irriducibilità.

**Estensioni di campi:** Estensioni di grado finito, estensioni semplici e radici di un polinomio, teorema di Kronecker, elementi algebrici, elementi trascendenti. Campo di spezzamento di un polinomio, campi algebricamente chiusi, campi finiti.