Complementi di Analisi

Docente: Antonio Azzollini http://oldwww.unibas.it/matematica/curricula.html

Lingua di insegnamento: Italiano

Contenuti:
Superfici ed integrali superficiali. Complementi di teoria delle equazioni differenziali ordinarie. Serie trigonometriche e serie di Fourier

Testi di riferimento:
Testi consigliati:
C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi Matematica Vol. 2, Zanichelli
N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, Elementi di Analisi Matematica II, Ed. Liguori
M. Picone, G. Fichera, Corso di Analisi Matematica, Vol. I & II, Ed. Veschi.
M. Tenenbaum, H. Pollard, Ordinary Differential Equations, Dover Publications. (In particolare: Ch. 7, p.393-417, 421-423.)
W. Walter, Ordinary Differential Equations, Graduate Texts in Mathematics, Springer. (In particolare: Ch. 1 (tranne Sec. XIV, p.24-27, Supplement p.33-35; Sec. VI, p.41-45); Ch. 4, Sec. 17, p.175-189).

Obiettivi formativi generali (risultati di apprendimento previsti e competenze da acquisire):
Il corso intende fornire le nozioni fondamentali relative alle superfici, al calcolo di integrali su superfici, alle equazioni differenziali ordinarie e relativi problemi di Cauchy, ai sistemi di equazioni differenziali ordinarie, alle serie trigonometriche ed alla serie di Fourier. Lo studente dovrà acquisire solide competenze teoriche e saper utilizzare i metodi e i concetti sviluppati ai fini della risoluzione di esercizi e problemi.

Propedeuticità consigliate: Analisi matematica 1 ed analisi matematica 2
Metodi didattici: Lezione frontale tradizionale alla lavagna Modalità di verifica dell'apprendimento: Esame scritto ed orale

Programma esteso
Superfici regolari semplici.
Piano tangente e retta normale in un punto di una superficie regolare semplice S. Superfici in forma implicita. Superfici cartesiane. Orientamento di S. Fenomeno di Schwarz. Definizione di Minkowski di area di una superficie. Superficie di rotazione, teorema di Guldino. Integrali superficiali. Forme differenziali di secondo grado e loro integrali. Teorema di Stokes. Superficie orientabili e no: nastro di Moebius. Formule di Gauss-Green. Teorema della divergenza. L'equazione rot u = v.

Spazi metrici e loro completezza.
Il teorema di Banach-Caccioppoli. La completezza di $C(K)$. Teorema di esistenza e unicità in piccolo ed in grande per i sistemi di equazioni differenziali del primo ordine in forma

normale. Integrali generali, particolari, singolari. Teorema di esistenza dell'integrale generale in grande. Il lemma di Gronwall e la dipendenza continua dai dati nel problema di Cauchy.
Complementi sulle equazioni lineari: Il metodo di variazione delle costanti (Lagrange). Studio di equazioni di tipo particolari: a variabili separabili, del tipo $y'=f(ax+by+c)$, $y'=f(y/x)$, $y'=f\left(\frac{ax+by+c}{a'x+b'y+c'}\right)$, $y'+g(x)y+h(x)y^{\alpha}=0$, $\alpha\neq 1$ (Bernoulli), $y'+g(x)y+h(x)y^{2}=k(x)$ (Riccati), $x=g(y')$, $y=g(y')$, $y=xy'+g(y')$ (Clairaut), $y=xf(y')+g(y')$ (d'Alembert),

Problema di Cauchy relativo ad equazioni differenziali di ordine n in forma normale, Teorema di esistenza ed unicità in piccolo. Equazioni differenziali di tipo particolare del secondo ordine: $f(x,y',y'')=0$, $f(y,y',y'')=0$, $f(x,y,y',y'')=0$ con la f omogenea in (y,y',y''), di Eulero. L'equazione $X(x,y)dx+Y(x,y)dy=0$: il metodo del fattore integrante.
Sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Sistemi lineari non degeneri. Teorema sul numero delle costanti arbitrarie. Sistemi lineari degeneri.

Serie trigonometriche.
Coefficienti di Fourier di una funzione (generalmente continua) sommabile. Serie di Fourier. Un lemma di approssimazione. Il lemma di Riemann-Lebesgue. Il principio di localizzazione di Riemann. Il nucleo di Dirichlet. Il teorema di convergenza del Dini.
Teoremi di Cesàro sulle successioni. Sommazione secondo Cesàro di una serie. Una condizione sufficiente per la convergenza ordinaria di una serie convergente secondo Cesàro. Il teorema di Hardy (senza dim.). Il nucleo di Fejér. Il teorema di convergenza di Fejér. Una condizione sufficiente per la convergenza uniforme delle serie di Fourier. Il teorema di approssimazione di Weierstrass.

Note:
Il corso si propone di sviluppare le conoscenze di base dell'Analisi Matematica e di incentivare la comprensione del rigore logico di una dimostrazione e la capacità di formularla autonomamente.