



**Università degli studi della Basilicata**  
**Facoltà di Ingegneria**

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Meccanica**  
**A.A. 2003-2004**

Progettazione robusta

**STUDENTE**

**Lucio Letterio**

**DOCENTE**

**Dott.ssa. E. Di Nardo**

## **Indice**

	<b>Pag</b>
⊖ <b>Introduzione</b>	<b>1</b>
⊖ <b>Robust Design</b>	<b>2</b>
⊖ <b>Approccio del Taguchi</b>	<b>5</b>
⊖ <b>Funzione perdita del Taguchi</b>	<b>7</b>
⊖ <b>Piani incrociati</b>	<b>13</b>
⊖ <b>Appendice (Applicazione del DOE nella stesura della tesi della laurea triennale)</b>	<b>21</b>

## **Bibliografia**

- ⊖ **Progettare in qualità a cura del “Il Sole 24 ORE”**
- ⊖ **Consultazione siti internet**
- ⊖ **Appunti e dispense del corso**
- ⊖ **Tesi:”Analisi dei processi tecnologici per l’industrializzazione di molle in acciaio: il caso Allevard Rejna” di Lucio Letterio e relatore il Prof. Ing. Giovanni PERRONE.**

## **Introduzione**

L'esperienza acquisita nell'ultimo mezzo secolo con riferimento al fortissimo sviluppo industriale ha dimostrato inconfutabilmente che il successo economico delle iniziative industriali è condizionato dalla corretta progettazione economica, costruttiva e produttiva delle opere. La riduzione al minimo degli inevitabili errori progettuali ha un decisivo peso sul risultato economico finale di ogni iniziativa.

Progettare significa “ideare e studiare un prodotto o un servizio in rapporto alle possibilità e ai metodi di attuazione o di esecuzione”. Il concetto di progettazione va tuttavia elaborato nel suo significato più ampio, anche in considerazione del fatto che la realizzazione di un prodotto non può essere ritenuta una sequenza seriale di fasi, ciascuna esclusivamente dipendente da quella precedente, bensì un insieme coordinato di attività interdipendenti di cui è difficilmente individuabile in modo netto un inizio e una fine; la progettazione, quindi, non può considerarsi conclusa quando comincia la fase produttiva, ma prosegue facendo proprie le eventuali necessità di modifiche derivanti dalle esigenze realizzative, dall'utilizzo del prodotto stesso, dalle analisi elaborate a cura della funzione assistenza post-vendita.

## Il Robust Design

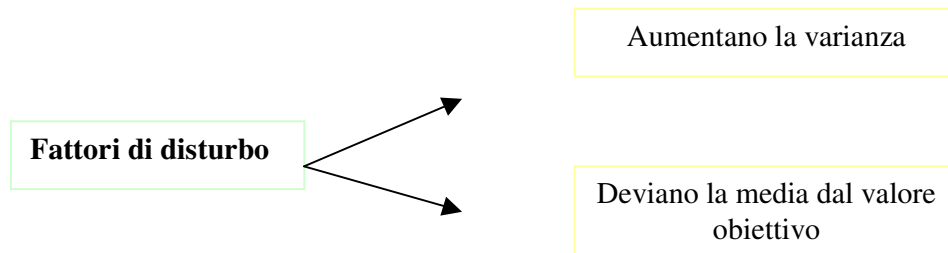
Lo scopo principale del Robust Design è trovare la migliore combinazione di parametri di progetto per cui la risposta del sistema abbia dispersione minima intorno al valore richiesto per qualunque combinazione dei valori dei fattori di disturbo.

Nella pratica industriale si cerca normalmente di limitare l'effetto di tali variabili di disturbo con l'uso di tecniche statistiche e di ricerca degli errori direttamente in produzione (procedimento indicato dal Taguchi come "on-line") o durante l'esercizio/l'uso di un prodotto. Progettare un prodotto che poi sarà difficilmente tenuto sotto controllo statistico durante la fase realizzativa, vuol dire investire in cattiva qualità, precludere la possibilità di migliorare il prodotto, aumentare i costi per il controllo.

Un metodo corretto per controllare (nel senso di guidare) la qualità del prodotto prima che entri in produzione, è trovare la giusta combinazione dei parametri di progetto, spesso numerosi, che permetta di rendere il prodotto e il processo produttivo relativamente insensibile alle variazioni e agli influssi dei fattori di disturbo. La tecnica che più promette successo, per ottenere i risultati desiderati, nel senso ora detto, è la *progettazione robusta*.

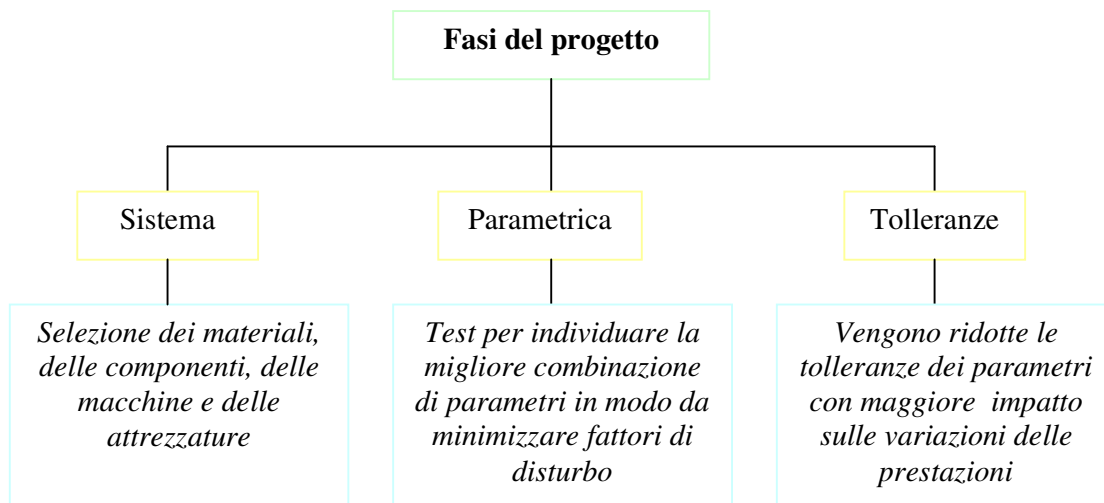
E' bene precisare che il Robust Design tende ad eliminare solo gli effetti indesiderati senza rimozione delle cause, non essendo orientato a valicare un modello teorico che descriva il fenomeno in esame, ma solo a trovare i livelli migliori dei fattori studiati. Questo approccio parte con l'individuazione dei fattori di controllo che hanno più influenza sulla varianza e dopo quelli che influenzano la *media* della risposta (fig.1).

Dopo la fase di "ottimizzazione dei parametri di progetto", nella progettazione robusta si prevede un successivo affinamento e un miglioramento della qualità del prodotto, sempre



**Fig.1**

in fase progettuale, con “l’ottimizzazione delle tolleranze”, riducendo la variabilità sulle grandezze del prodotto e del processo che hanno maggiore influenza sulle caratteristiche qualitative del prodotto e lasciando più libertà a quelle grandezze che, invece, hanno poco peso sull’uscita desiderata, riducendo in tal modo i costi (questa fase è relativa all’industrializzazione, per cui si vanno a studiare i fattori i cui livelli hanno costo diverso fra loro), partendo da livelli di costo maggiore (fig.2).



**Fig.2**

La variazione dell’uscita (una grandezza fisica o comunque un qualsiasi parametro misurabile) di un processo – si è detto – è condizionato da molti fattori, la cui influenza è difficilmente valutabile con la sola analisi dei dati sperimentali. Può essere opportuno allora andare a manipolare i valori assegnati ai fattori di disturbo per riuscire a determinare l’influenza sull’uscita. Si studia in questo modo il cambiamento indotto artificialmente dalle sorgenti di variazione piuttosto che quello indotto dal caso (cioè quello indotto dall’errore casuale).

Nella scelta dei parametri, è molto importante identificare e dividere i fattori di controllo da quelli di disturbo (o incontrollabili), perché vanno trattati in modo diverso anche se tale divisione è spesso soggettiva e legata alla conoscenza del fenomeno. L’ottimizzazione dei parametri è finalizzata a trovare i valori ottimi dei fattori controllabili, in modo da avere

massime prestazioni al minimo costo, indipendentemente dai valori dei livelli dei fattori di disturbo.

Oltre all'aspetto di miglioramento delle caratteristiche di prestazione è importante anche quello relativo all'affidabilità e alla sicurezza del sistema che si progetta. La ricerca dei possibili guasti in fase preventiva alla realizzazione del prototipo e della pre-serie è di grande impatto economico per il costruttore, consentendo di risparmiare sulle continue modifiche al progetto conseguenti al ritorno dei dati dal campo.

Il Robust Design è sintetizzabile nei seguenti punti:

- ⊖ definire il problema e ciò che si intende raggiungere;
- ⊖ identificare il sistema e la risposta obiettivo da ottimizzare;
- ⊖ identificare le variabili che influiscono sulla risposta (caratteristiche di qualità) e le cause di variabilità indesiderata, effetti e modo di guasto;
- ⊖ identificare i fattori di controllo e i livelli;
- ⊖ identificare i fattori di disturbo e i livelli;
- ⊖ definire le condizioni, i criteri di prova e i metodi di misura per gli esperimenti;
- ⊖ definire il piano di esperimenti;
- ⊖ eseguire gli esperimenti e raccogliere i dati;
- ⊖ analizzare i dati;
- ⊖ identificare i VCF (Variabilità Control Factors) e i TCF (Target Control Factors);
- ⊖ determinare la combinazione dei livelli ottimali dei vari fattori;
- ⊖ prevedere i risultati con tecniche di stima;
- ⊖ verificare la previsione con esperimento di verifica;
- ⊖ eventualmente reiterare i passi relativi all'identificazione dei fattori e livelli ed eseguire nuove sperimentazioni.

## Approccio del Taguchi

Secondo Taguchi: “la qualità è la perdita che un prodotto causa alla società dopo che è stato spedito al cliente, oltre alle perdite causate dalla sua funzione intrinseca”.

Sembra la definizione di non-qualità, ma evidenzia il fatto che il Taguchi mette in relazione inversa il successo di un prodotto alla perdita che esso genera dal momento della sua spedizione al cliente.

Le carte di controllo, gli studi di affidabilità, i diagrammi causa-effetto, gli studi di capability e più in generale il controllo statistico di processo sono conosciuti come metodi di controllo della qualità “on-line” poiché sono concentrati sulla fase di realizzazione al fine di ridurre ed eliminare difetti e malfunzionamenti e mantenere costante il livello di qualità nel tempo. Nonostante siano strumenti potenti e utili per ottenere miglioramenti e risparmi, non possono fare nulla sulla scarsa qualità della progettazione. Possono altresì essere utilizzati gli strumenti “on-line”, cercando risultati con costi proibitivi, per migliorare la qualità senza garantire però che il prodotto si comporterà senza variazioni di prestazioni, nel caso in cui sia soggetto a disturbi. Questo comporterà una maggiore spesa per i costi dei servizi in garanzia e ancor più una perdita di mercato a causa dell’insoddisfazione dei clienti. Anche questi costi potranno essere ridotti solo con interventi a monte del processo produttivo e di sviluppo del prodotto.

La necessità di costosi controlli di processo, di ispezioni generalizzate, di costi di servizi vari viene ridotta se si cerca di realizzare prodotti e processi robusti fin dalla loro ideazione.

La qualità in progettazione rappresenta il quarto e ultimo stadio dell’evoluzione dei sistemi di miglioramento descritta di seguito:

1. *ispezione*, per assicurare l’immissione sul mercato di prodotti conformi. Il suo ruolo è visto più come uno strumento per la correzione di un processo non corretto;
2. *quality control*, in cui le misure e le ispezioni erano incluse sistematicamente nel ciclo di lavoro e dove i metodi statistici (campionamento, controllo statistico) venivano applicati per la prima volta (Sherwart introdusse le prime carte di controllo, la cui presentazione avvenne nel “Journal of the American Statistical Association” nel 1925). Il controllo è solo sul prodotto e sul processo che genera il prodotto: non è sulle cause di disturbo;

3. *quality improvement*, in cui i metodi statistici di controllo vengono impiegati per risalire ed eliminare le cause degli inconvenienti. Il metodo è molto generale e viene applicato in tutti i campi dove ci sia da migliorare qualcosa. Il processo di miglioramento perde la sua forza quando si arriva vicini alla migliore messa a punto delle caratteristiche di un processo o di un prodotto, senza modificarne i requisiti di base.
4. *quality by design*, che incorpora tutti gli stadi precedenti con l'aggiunta di ricerca e miglioramento della qualità prima della fase di realizzazione. L'idea è di rendere robusto un prodotto alla variabilità dell'ambiente di utilizzo e il processo che lo produce alla variabilità dei materiali, dei componenti, ecc. prima che inizi la fase di produzione regolare. La responsabilità per la qualità è del gruppo di progettazione più che degli operativi durante la realizzazione.

Il concetto guida è di raggiungere economicamente la qualità, bassa variabilità nella durevolezza delle prestazioni funzionali. In particolare Taguchi si concentra sulla riduzione di variabilità generata dai fattori non controllabili che chiama *fattori di rumore*. Il rumore, o disturbo, può essere esterno o interno. Le sorgenti esterne di disturbo (*outer noise*) sono le deviazioni delle condizioni ambientali, quelli interne (*inner noise*) sono le deviazioni delle caratteristiche dei loro valori nominali dovute alle imperfezioni di lavorazione o al loro deterioramento.

I primi parametri che devono essere considerati nella fase di *parameter design* sono quelli facili da modificare e a basso costo.

Se viene mantenuto l'approccio del Miglioramento della Qualità (*Quality Improvement*), per cui dopo l'individuazione delle cause di variabilità si cerca di controllare le sorgenti di variabilità, si otterrà un prodotto che funzionerà molto bene in un ambiente controllato (come quello di un laboratorio), ma che sarà soggetto a guasti e malfunzionamenti in un ambiente reale. Da qui lo sforzo di cercare di ridurre gli effetti delle sorgenti di variabilità piuttosto che controllare le sorgenti stesse.

Lo scopo principale nel *parameter design* è ridurre la variabilità della risposta e, per quanto detto, ciò può essere fatto cercando riprodurre nell'ambiente sperimentale la variabilità propria del processo o dell'ambiente di esercizio.

La disposizione del piano sperimentale per Taguchi si compone di due matrici, la prima, CFA (*Control Factor Array*), relativa ai fattori di controllo (*inner array*) e la seconda NFA (*Noise Factor Array*), relativa ai fattori di rumore (*outer array*). Le colonne della CFA e



della NFA rappresentano i rumori e le righe una specifica combinazione dei livelli dei fattori. La combinazione delle due matrici costituisce il piano sperimentale. La caratteristica del metodo è nella selezione dei livelli dei fattori di rumore invece della sperimentazione *lasciando al caso la scelta di tali livelli*. Quando la distribuzione dei fattori di rumore è conosciuta, Taguchi indica anche i livelli da utilizzare. Quando sia impossibile selezionare un opportuno livello di un fattore di rumore è conveniente ripetere la prova più volte.

La combinazione fra la CFA e la NFA si realizza eseguendo, in ordine casuale, ogni riga della CFA abbinata a ogni riga della NFA. I risultati delle prove, ovvero le osservazioni sulla risposta del sistema, saranno usati per elaborare misure statistiche (*Performance Measure*), la cui analisi provvederà alla stima delle medie e a minimizzare gli effetti dei fattori di rumore sulla risposta.

Una misura della variabilità (*Noise Performance Measure*) servirà a identificare quei fattori di controllo che agiscono sulla variabilità. Un'analisi delle medie (*Target Performance Measure*) servirà a identificare e impostare quei fattori che agiscono sulla media.

Per la misura del rumore sono stati proposti molti indici, fra i quali Taguchi preferisce quelli denominati "Signal to noise ratios" ovvero rapporti segnali/rumore.

Il progettista può così soltanto intervenire su alcuni fattori di controllo chiamati "parametri di progetto" che nella terminologia di Taguchi vengono così definiti:

- ⊖ *noise control factors*, che servono per controllare lo scarto della risposta;
- ⊖ *signal factors*, che servono per controllare il valore medio della risposta;
- ⊖ *neutral factors*, che non influenzano né la media né lo scarto, così che possono essere tenuti ai livelli per cui il costo è minimo.

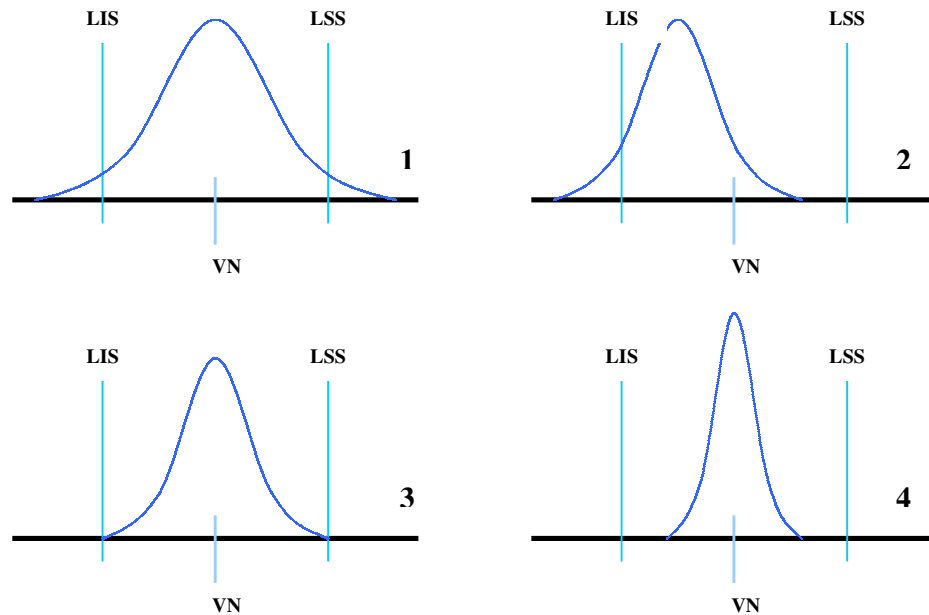
### **Funzione di perdita del Taguchi**

Come già definito in precedenza, il Taguchi definisce la qualità come *la minima perdita impartita dal prodotto alla società dal momento che esso è inviato al cliente*.

Quando una caratteristica di qualità devia dal valore obiettivo, provoca una perdita; in altre parole è l'antitesi di qualità. Qualità vuol dire semplicemente nessuna variabilità o variazioni molto piccole dal valore obiettivo.

La qualità è stata definita in funzione di varie scuole di pensiero, ma cerchiamo di fare un confronto tra l'*approccio Zero Difetti* e l'*approccio del Taguchi*.

L'approccio Zeri Difetti si fonda sulla definizione di difettoso: "un prodotto è difettoso quando il valore di una sola caratteristica esce dalle tolleranze" (fig3).



**Fig.3**  
1 – 2 fuori controllo statistico; 3 – 4 in controllo statistico

Dal punto di vista del consumatore la situazione migliore è quella che garantisce minore variabilità e cioè la situazione contemplata in figura 3 n°4.

L'approccio del Taguchi, invece, si fonda sulla definizione di progettazione robusta: "i fattori non controllabili nell'utilizzo di un prodotto sono maggiori di quelli controllabili".

Un prodotto è tanto più robusto quanto più riesce a mantenere la prestazione nominale al variare di fattori non controllabili.

Per poter meglio focalizzare questa differenza tra i due approcci verrà di seguito analizzato un brano tratto da: "Taguchi, Clausing: Robust Quality; HBR, jan-feb 1990".

*Alcune indagini di mercato avevano indicato che i consumatori gradiscono maggiormente immagini aventi una particolare densità di colore: poniamo che il valore nominale (ottimale) della densità di colore sia 10. Quando la densità di colore si discosta da 10, la visione diviene via via più insoddisfacente, cosicché nelle specifiche funzionali era stato fissato dalla Sony un intervallo di tolleranza compreso tra 7 e 13.*

*I televisori venivano fabbricati sia a Tokio sia a San Diego. A San Diego vigeva la prassi di non consegnare al cliente alcun apparecchio con densità di colore al di fuori dell'intervallo di tolleranza ammesso (Zero Difetti): la densità di colore risultava distribuita uniformemente all'interno dell'intervallo di tolleranza stesso; i televisori di Tokio si concentravano, invece, attorno al valore nominale, anche se su 1000 apparecchi circa 3 finivano al di fuori dell'intervallo: Tokio peraltro consegnava tutti gli apparecchi che produce. Qual è la politica più conveniente?*

*Supponiamo di comperare un apparecchio con densità di colore 12.9, mentre il nostro vicino ne ha comperato uno con densità 13.1. Ovviamente non siamo in grado di distinguere la differenza, guardando le immagini dei due apparecchi. Ma supponiamo che entrambi i clienti vedano le immagini di un apparecchio con densità 10: l'indomani tutti e due chiameranno il servizio assistenza o chiederanno la situazione dell'apparecchio.*

La *perdita* è possibile rappresentarla in termini di una relazione matematica mediante l'utilizzo dello sviluppo in *serie di Taylor con punto iniziale  $x_0$* :

$$L(x) = L(x_0) + L'(x_0)(x - x_0) + \frac{L''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \frac{L'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3 + \dots$$

dove:

$x$  è la prestazione effettiva del prodotto;

$x_0$  è la prestazione nominale del prodotto;

$L(x)$  è la funzione di perdita che dipende dallo scostamento  $|x - x_0|$ .

Con le ipotesi di perdita nulla in condizioni nominali ( $L(x_0) = 0$ ), richiesta di un minimo nella funzione di perdita ( $L'(x_0) = 0$ ) e trascurando i termini superiori al secondo ordine (in quando la differenza tra  $x$  e  $x_0$  è molto piccola) si otterrà una forma *quadratica della funzione perdita*:

$$L(x) \approx \frac{L''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 = K(x - x_0)^2$$

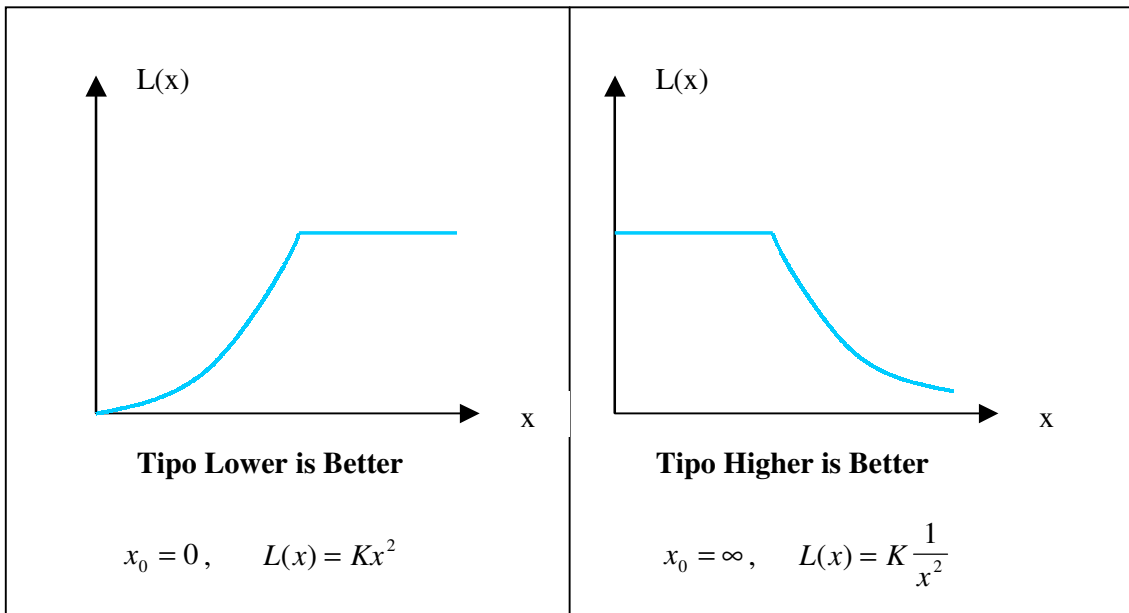
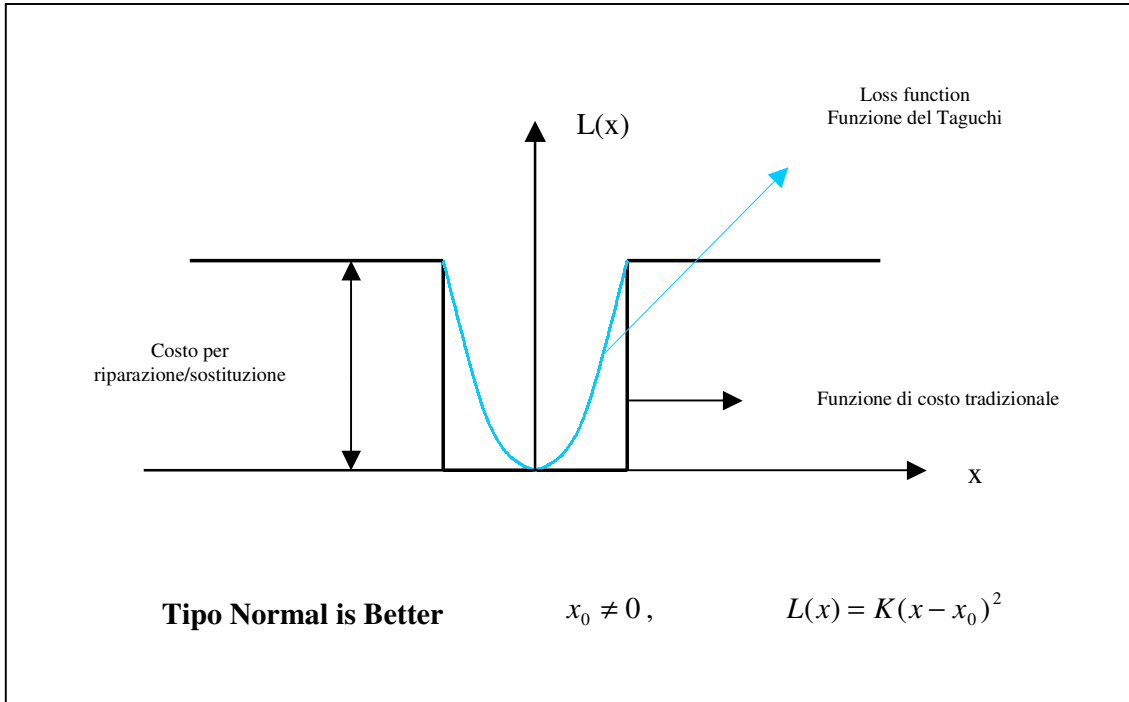
$$K = \frac{C}{\Delta^2}$$

dove

$\Delta$  è il massimo scostamento tollerato per  $x$  rispetto a  $x_0$ ;

C è il costo supportato quando tale valore è superato.

L'equazione così ottenuta è l'equazione di una parabola.



**Fig.4**

Se consideriamo  $x$  una variabile aleatoria, la funzione perdita diventa una funzione aleatoria:

$$x \longrightarrow X = \bar{x} + Z, \quad Z \approx N(0, \sigma^2)$$

dove

$\bar{x}$ , media controllata con il controllo statistico di qualità;

$Z$ , progettazione robusta.

Verranno di seguito contemplati tre casi:  $x_0 \neq 0$ ,  $x_0 = 0$  e  $x_0 = \infty$ , per ognuno dei quali verrà calcolato il valor medio.

1. **Caso**  $x_0 \neq 0$ : la funzione perdita sarà  $L(x) = K(x - x_0)^2$ .

$$\begin{aligned} E[L(x)] &= K \cdot E[(x - x_0)^2] = \\ &= K \cdot E[x^2 + x_0^2 - 2xx_0] = \\ &= K \cdot E[x^2 + \mu^2 - \mu^2 + x_0^2 - 2xx_0] = \\ &= K \cdot \{E[x^2] + \mu^2 - \mu^2 + x_0^2 - 2x_0 \mu\} = \\ &= K \cdot \{E[x^2] - \mu^2 + (\mu - x_0)^2\} = \\ &= K \cdot \{(\mu - x_0)^2 + Var(x)\} \end{aligned}$$

2. **Caso**  $x_0 = 0$ : la funzione perdita sarà  $L(x) = Kx^2$ .

$$\begin{aligned} E[L(x)] &= K \cdot E[(x - x_0)^2] = \\ &= K \cdot E[x^2 + x_0^2 - 2xx_0] = \\ &= K \cdot E[x^2 + \mu^2 - \mu^2 + x_0^2 - 2xx_0] = \\ &= K \cdot \{E[x^2] + \mu^2 - \mu^2 + x_0^2 - 2x_0 \mu\} = \\ &= K \cdot \{E[x^2] - \mu^2 + (\mu - x_0)^2\} = \\ & \quad x_0 = 0 \\ &= K \cdot \{\mu^2 + Var(x)\} \end{aligned}$$

3. **Caso**  $x_0 = \infty$ : la funzione perdita si otterrà per cambiamento di variabile.

$$y^2 = \frac{1}{x^2}, \quad L(x) = K \cdot \frac{1}{x^2}$$

Medante l'ausilio della serie di Taylor, con punto iniziale  $\bar{x}$ , partito sino al secondo ordine otterremo la media della funzione perdita:

$$\frac{1}{x^2} = \left(\frac{1}{x^2}\right)_{x=\mu} + D\left(\frac{1}{x^2}\right)_{x=\mu} (x - \mu) + D^2\left(\frac{1}{x^2}\right)_{x=\mu} (x - \mu)^2$$

$$E[L(x)] = K \cdot \left[ \frac{1}{\mu^2} + 3 \frac{Var(x)}{\mu^4} \right]$$

$x_0 \geq 0$	<b>L(x)</b>	<b>E[L(x)]</b>
$x_0 \neq 0$	$K(x - x_0)^2$	$K[(\mu - x_0)^2 + Var(x)]$
$x_0 = 0$	$Kx^2$	$K[\mu^2 + Var(x)]$
$x_0 = \infty$	$K \frac{1}{x^2}$	$K \left[ \frac{1}{\mu^2} + 3 \frac{Var(x)}{\mu^4} \right]$

**Tab.1**

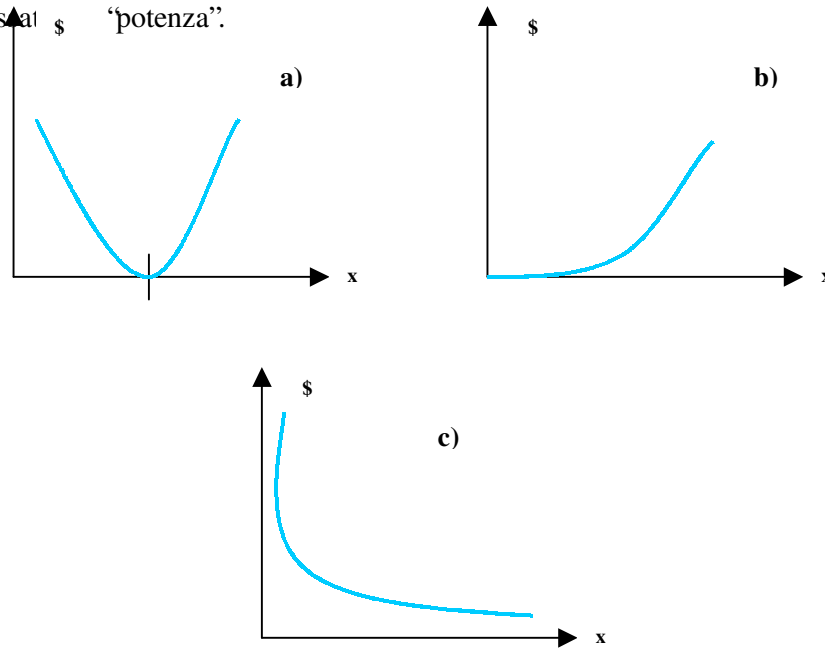
Per individuare la combinazione più robusta dei livelli dei fattori di controllo, viene analizzata la *funzione monotona rapporto segnale/rumore* che evidenzia gli effetti dei fattori sulla variabilità della prestazione  $x$ . Il rapporto segnale/rumore è inversamente proporzionale al costo valutato con la funzione perdita. *Più grande è tale rapporto, più robuste sono le sue prestazioni.*

E' possibile, pertanto affermare che il rapporto segnale/rumore dà un senso di quanto vicino il disegno è alle prestazioni ottimali di un prodotto o di un processo.

	<b>Max di S/N</b>
$x_0 \neq 0$ (Fig.5 a)	$10 \text{Log} \frac{\bar{x}}{S}$
$x_0 = 0$ (Fig.5 b)	$-10 \text{Log} \frac{\sum_i x_i^2}{n}$
$x_0 = \infty$ (Fig.5 c)	$-10 \text{Log} \frac{\sum_i \frac{1}{x_i^2}}{n}$

**Tab.2**

Il caso  $x_0 = 0$  è utilizzato ogni qual volta si vuole verificare le perdite dovute alle ‘impurezze’ in modo da poterne ridurre l’effetto; invece, verrà preferito  $x_0 = \infty$  quando si è interessati alla ‘potenza’.



**Fig.5**

### Piani incrociati

Esempio: la prestazione principale di un utensile di lavoro è la sua vita utile  $x$ , alla cui lunghezza possono contribuire due fattori controllabili: il trattamento termico A e il tipo di metallo B. I fattori ambientali che influenzano la vita di questo utensile sono la durezza del materiale da lavorare C e la velocità da taglio D.

Ci sono 2 fattori di controllo e 2 fattori di disturbo ciascuno dei quali composto da due livelli, pertanto si dovrebbero realizzare 2 piani fattoriali  $2^2$ . In ambito di sperimentazione si decide di ridurre a 2 le combinazioni dei fattori C e D in modo da realizzare un piano fattoriale ridotto a metà.

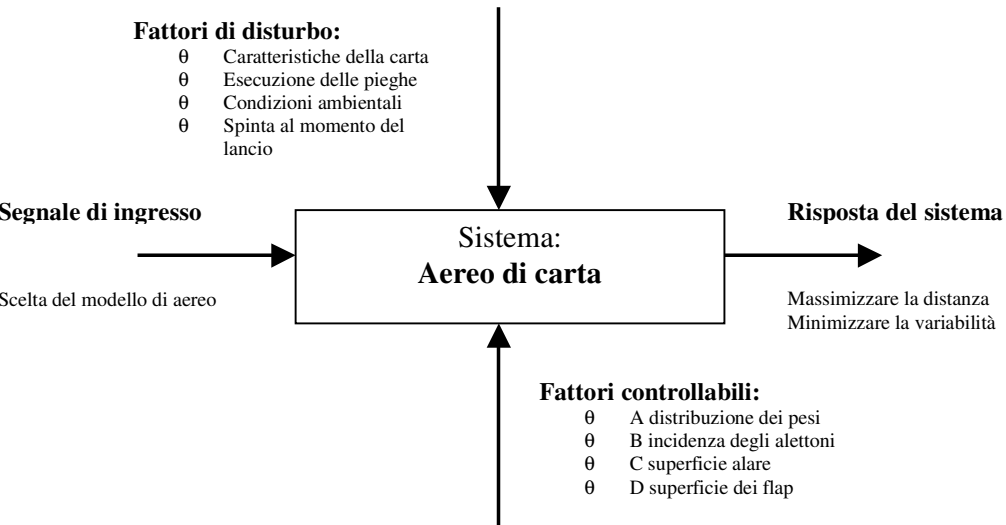
			C1	C2	
			-1	-1	C
	A	B	1	-1	D
T1	-1	-1	TC11	TC12	
T2	-1	1	TC21	TC22	
T3	1	-1	TC32	TC33	
T4	1	1	TC43	TC44	

**Fig.6 Piano incrociato**

Così operando si è tenuto conto non solo dei fattori controllabili, ma anche di quelli di disturbo mediante 8 trattamenti: TC11, TC12, TC21, TC22, TC32, TC33, TC43 e TC44.

**Esempio**

Si vuole sviluppare il progetto di un giocattolo, un aereo di carta, la cui prestazione è la lunghezza di volo in metri misurando la distanza tra il punto in cui si lancia e il punto in cui si ferma al suolo dalla sua punta anteriore. Vengono utilizzati 4 lanciatori che operano in maniera standard (l'altra mano tiene il gomito fermo ed aderente al busto). Gli esperimenti si svolgono in un locale ampio, senza correnti d'aria e con pavimentazione liscia ed uniforme.



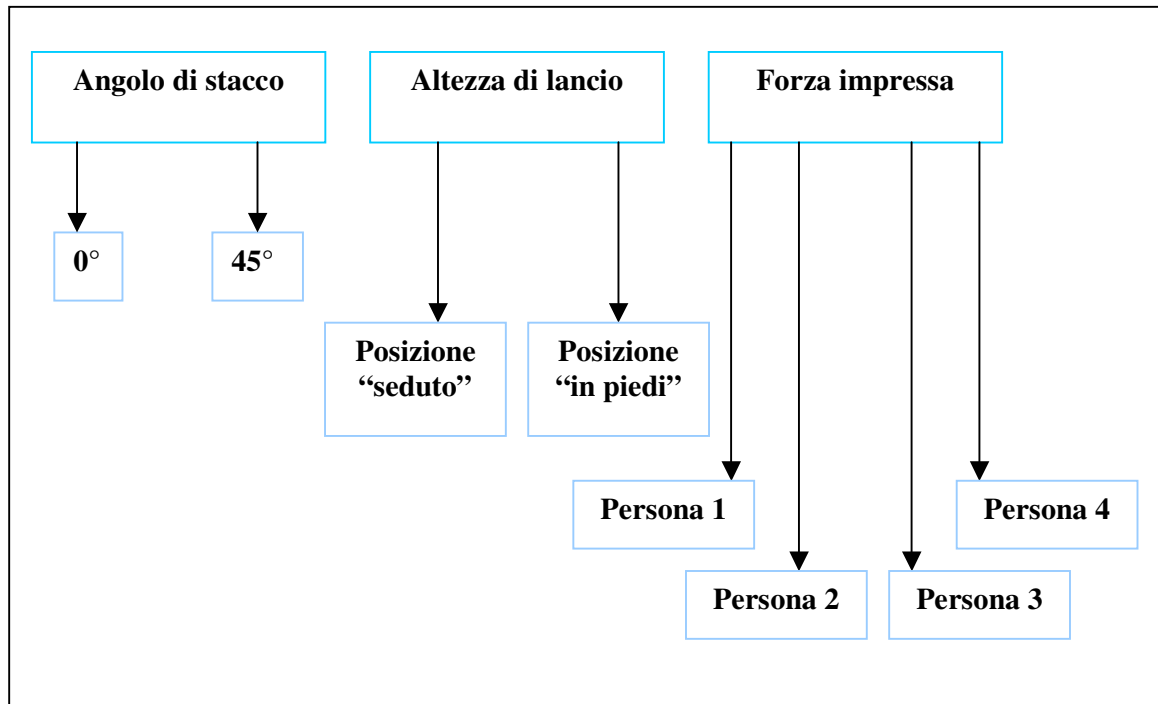
**Fig.5**

Per ciascun *fattore di controllo* è possibile individuare tre livelli (tab.3).



Distribuzione dei pesi	Incidenza alettoni	Superficie alare	Superficie flaps
a1: verso prua	b1: verso il basso	c1: grande	d1: piccola
a2: al centro	b2: orizzontale	c1: intermedia	d2: intermedia
a3: verso poppa	b3: verso l'alto	c3: piccola	d3: grande

**Tab.3 Fattori di controllo**



**Fig.6 Fattori di disturbo**

A questo punto è necessario realizzare i piani sperimentali per i fattori di controllo e di disturbo, tenendo in considerazione il fatto che *l'approccio del Taguchi trascura gli effetti incrociati e l'analisi viene limitata ai soli effetti principali*. Il piano fattoriale dei fattori controllabili si compone di 9 prove in modo da far ruotare, in maniera casuale, i livelli dei fattori controllabili. A tale piano sperimentale viene associato un altro relativo ai fattori di disturbo anch'esso costituito da 9 prove per ciascun lancio.

In totale si ha uno studio composto da 4 fattori di 3 livelli; se avessi utilizzato l'ANOVA avrei avuto la necessità di realizzare un piano sperimentale  $3^4 = 81$  aerei con un complessivo di  $81 \cdot 4 = 244$  prove. L'approccio del Taguchi riduce tale studio a 9 aerei e 4 prove richiedendo in totale  $9 \cdot 4 = 36$  prove.

					pro ve				
					1	2	3	4	
					seduto 0°	seduto 45°	pie di 0°	pie di 45°	
					d	a	b	c	
					b	c	d	a	
					c	b	a	d	
					a	d	c	b	
					d	a	b	c	
					b	c	d	a	
					c	b	a	d	
					a	d	c	b	
					d	a	b	c	
		Peso A	Flap B	Ala C	Angolo D				
	1	1	1	1	1	3,09	3,33	3,84	4,07
	2	1	2	2	2	2,91	3,14	3,92	2,86
p	3	1	3	3	3	2,64	2,72	2,92	2,99
	4	2	1	2	3	3,49	2,41	3,25	3,68
o	5	2	2	3	1	3,31	3,41	3,93	3,76
	6	2	3	1	2	3,92	6,08	5,24	4,83
v	7	3	1	3	2	2,5	3,41	3,64	3,21
	8	3	2	1	3	2,45	3,94	3,31	4,15
e	9	3	3	2	1	3,09	4,97	4,32	4,98

Ciascun elemento della matrice ottenuta sperimentalmente tiene in considerazione la combinazione dei fattori controllabili e di disturbo.

**Fig.7 Piano incrociato**

**Esercizio**

Costruzione di un aereo di carta.

Siano dati i seguenti fattori controllabili e di disturbo:

	Fattori	Livello 1	Livello 2
Di progetto	A peso	Foglio singolo	Foglio doppio
	B modello	Triangolare	Pentagonale
	C larghezza	A4	A4/2
Di disturbo	D altezza di lancio	Seduto	In piedi
	E angolo di lancio	0	45

E' stato realizzato un Piano incrociato 4\*4 (num. Progetti \* num. Condizioni di prova = 4 lanciatori)

Risultati gittata:

				L1	L2	L3	L4	
				1	1	-1	-1	D
	A	B	C	1	-1	+1	-1	E
T1	-1	-1	1	20.3	13.1	16.0	10.2	
T2	-1	1	-1	14.0	9.7	10.8	8.4	
T3	+1	-1	-1	14.1	10.2	14.9	9.1	
T4	+1	+1	+1	25.1	18.4	18.0	16.8	

Calcolare media e funzione S/N per stabilire quale combinazione di parametri conferisce al progetto migliori caratteristiche.

### Risoluzione

Essendo interessati alla lunghezza di volo raggiunta dall'aereo, utilizzeremo il rapporto segnale/rumore per  $x_0 = \infty$  :

$$-10\text{Log} \frac{\sum_i \frac{1}{x_i^2}}{n}$$

L'analisi provvederà alla stima delle medie e a minimizzare gli effetti dei fattori di rumore sulla risposta.

				C1	C2	C3	C4	D		
				1	1	-1	-1	D		
	A	B	C	1	-1	1	-1	E	SN	Media
T1	-1	-1	1	20,3	13,1	16	10,2		22,6	14,9
T2	-1	1	-1	14	9,7	10,8	8,4		20,2	10,7
T3	1	-1	-1	14,1	10,2	14,9	9,1		21,1	12,1
T4	1	1	1	25,1	18,4	18	16,8		25,5	19,6

$$-10\text{Log} \frac{\left( \frac{1}{20.3^2} + \frac{1}{13.1^2} + \frac{1}{16^2} + \frac{1}{10.2^2} \right)}{4} = 22.6$$

$$\frac{20.3 + 13.1 + 16 + 10.2}{4} = 14.9$$

Così come fatto per T1 è possibile agire alla stessa maniera per T2, T3 e T4.

L'interesse ora si sposta sulla combinazione di parametri che conferisce al progetto le migliori caratteristiche.

Indichiamo con *low* le condizioni associate a -1 e con *high* le condizioni associate a 1.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>SN</b>	<b>Media</b>
<b>T1</b>	-1	-1	1	22,6	14,9
<b>T2</b>	-1	1	-1	20,2	10,7
<b>T3</b>	1	-1	-1	21,1	12,1
<b>T4</b>	1	1	1	25,5	19,6

Trovare la media al livello A1 vuol dire fare la media di quei trattamenti associati a -1 (vedi cerchi azzurri).

	<b>SN</b>	<b>Media</b>
<b>A low</b>	21,4	12,8
<b>A high</b>	<b>23,3</b>	15,8
<b>B low</b>	21,9	13,5
<b>B high</b>	<b>22,9</b>	15,2
<b>C low</b>	20,6	11,4
<b>C high</b>	<b>24,1</b>	17,2

$$\frac{14.9 + 10.7}{2} = 12.8$$

Così come fatto per il livello A *low* è possibile agire per tutti gli altri.

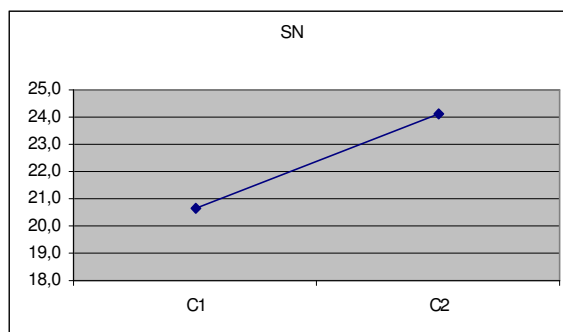
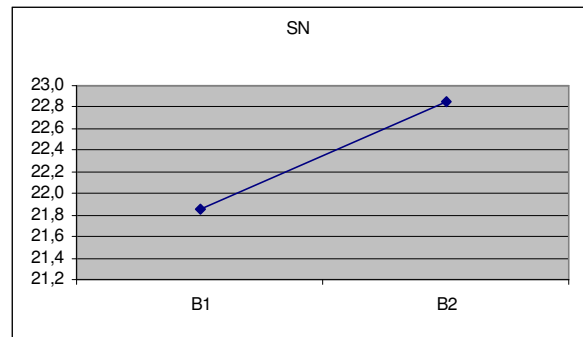
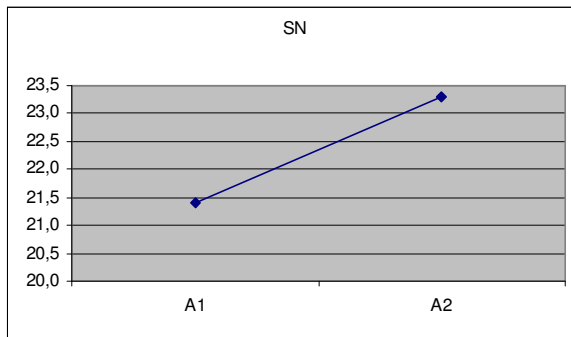
Ora è necessario calcolare per ciascun livello la funzione segnale/rumore SN; la teoria (ricerca internet) vuole che vengano anch'esse calcolate mediante una media aritmetica anche se esse derivano da relazioni contenenti logaritmi. A tal proposito ho ritenuto opportuno calcolare la media come media aritmetica e media logaritmica; in entrambi i metodi e il risultato finale ottenuto è circa lo stesso anche dovuto alla vicinanza tra i valori di SN per T1, T2, T3 e T4.

	SN	Media
A low	21,4	12,8
A high	23,3	15,8
B low	21,9	13,5
B high	22,9	15,2
C low	20,6	11,4
C high	24,1	17,2

SN
21,6
23,9
21,9
23,6
20,6
24,3

Media aritmetica:  $\frac{22.7 + 20.2}{2} = 21.4$

Media logaritmica:  $10 \log \left( \frac{10^{\frac{22.7}{10}} + 10^{\frac{20.2}{10}}}{2} \right) = 21.6$



**Fig.8 SN calcolato con la media aritmetica**

Sia che andassimo ad utilizzare la media aritmetica, sia che andassimo ad utilizzare la media logaritmica otterremo lo stesso risultato, cioè la combinazione di fattori che conferisce al progetto le migliori caratteristiche sono: **A2, B2 e C2 che stanno ad indicare foglio doppio, pentagonale e A4/2.**

## **APPENDICE**

Nella stesura della tesi (laurea triennale) mi sono imbattuto nella *progettazione degli esperimenti*. Lo studio è avvenuto nell'ambito di industrializzazione delle molle elicoidali in acciaio prodotte dall'Allevar d Rejna di Melfi. Lo scopo della tesi è stato quello di dover analizzare il processo produttivo che porta alla realizzazione del prodotto finito e nel contempo impiegare il DOE per l'individuazione di un modello matematico che potesse dare un ausilio in ambito di industrializzazione della macchina avvolgitrice. Per mancanza di disponibilità non è stato possibile verificare la correttezza del modello individuato.

La molla elicoidale viene suddivisa fittiziamente in tre parti: corpo molla, alzata iniziale e alzata finale e per ciascuna parte viene applicato il DOE. In maniera del tutto esplicitiva allegherò a tale relazione lo studio relativo alla sola alzata iniziale; le altre due parti vengono affrontate alla stessa maniera.



## Raccolta dei dati in ambito d'industrializzazione

Viene testato un *campione di 5 pezzi*. I fattori variabili sui quali sarà possibile eseguire delle variazioni per ottenere il risultato voluto sono i seguenti:

- } diametro interno minimo/iniziale;
- } diametro interno massimo/finale;
- } alzata iniziale;
- } alzata terminale;
- } sviluppo spire.

Per ciascuno di questi fattori, sarà indicata una tolleranza ammissibile che verrà aggiunta ai rispettivi valori individuati in ambito di progettazione.

Con i valori individuati si esegue la prima produzione, composta di 5 pezzi, ottenendo i valori individuati nella prima colonna della tabella 3.17.

	Lotto 1		Lotto 2	
<i>Diametro interno minimo/iniziale</i> $90 \pm 1 \text{ mm}$	<b>Pezzo 1</b>	90.8	<b>Pezzo 1</b>	
	<b>Pezzo 2</b>	90.7	<b>Pezzo 2</b>	
	<b>Pezzo 3</b>	91	<b>Pezzo 3</b>	
	<b>Pezzo 4</b>	91.2	<b>Pezzo 4</b>	
	<b>Pezzo 5</b>	91.3	<b>Pezzo 5</b>	
<i>Diametro interno massimo/terminale</i> $135 \pm 1 \text{ mm}$	<b>Pezzo 1</b>	135.5	<b>Pezzo 1</b>	
	<b>Pezzo 2</b>	135.4	<b>Pezzo 2</b>	
	<b>Pezzo 3</b>	135.4	<b>Pezzo 3</b>	
	<b>Pezzo 4</b>	135.4	<b>Pezzo 4</b>	
	<b>Pezzo 5</b>	135.5	<b>Pezzo 5</b>	
<i>Alzata iniziale</i> $12 \pm 3 \text{ mm}$	<b>Pezzo 1</b>	11.4	<b>Pezzo 1</b>	
	<b>Pezzo 2</b>	10.3	<b>Pezzo 2</b>	
	<b>Pezzo 3</b>	10.2	<b>Pezzo 3</b>	
	<b>Pezzo 4</b>	9.0	<b>Pezzo 4</b>	
	<b>Pezzo 5</b>	9.1	<b>Pezzo 5</b>	
<i>Alzata terminale</i> $10 \pm 3 \text{ mm}$	<b>Pezzo 1</b>	8.3	<b>Pezzo 1</b>	
	<b>Pezzo 2</b>	8.9	<b>Pezzo 2</b>	
	<b>Pezzo 3</b>	7.5	<b>Pezzo 3</b>	
	<b>Pezzo 4</b>	8.8	<b>Pezzo 4</b>	
	<b>Pezzo 5</b>	7.0	<b>Pezzo 5</b>	

<i>Sviluppo spire</i> $5.5 \pm 15^\circ$	<b>Pezzo 1</b>	+ 5°	<b>Pezzo 1</b>	
	<b>Pezzo 2</b>	+ 7°	<b>Pezzo 2</b>	
	<b>Pezzo 3</b>	+ 8°	<b>Pezzo 3</b>	
	<b>Pezzo 4</b>	+ 10°	<b>Pezzo 4</b>	
	<b>Pezzo 5</b>	+ 7°	<b>Pezzo 5</b>	

**Tabella 3.17**

Analizziamo fattore per fattore:

} diametro interno minimo/iniziale: è possibile individuare in questo primo fattore dei pezzi in fuori controllo; per poter ovviare a questa problematica, essendo imputato il diametro interno minimo, si ritiene opportuno far variare il diametro del mandrino portando in questo caso la sua riduzione in quanto essi superano il limite superiore ammissibile;

} diametro interno massimo/terminale: questo fattore non è in fuori controllo e quindi non si apportano modifiche che facciano variare i parametri;

} alzata iniziale e alzata terminale: in entrambi questi fattori si registra la presenza di parametri che raggiungono il valore limite inferiore ammissibile; per poter ottenere risultati migliori si aumenta il passo del corpo molla di quanto ci interessa aumentare il valore più basso registrato da questi fattori, nel caso in esame significa portare il passo del corpo della molla da 18.4 mm a 20.4 mm in quanto si vuole recuperare 2 mm; nell'alzata terminale bisogna aumentare di 2 mm + un una tolleranza di 1 mm che tenga conto della riduzione dell'alzata terminale dovuta all'aumento imposto all'alzata iniziale dato che l'altezza libera della molla non varia;

} sviluppo spire: questo fattore è in controllo.

Apportate le apposite modifiche è opportuno industrializzarle sull'avvolgitrice, segnare di conseguenza i nuovi risultati e verificare che le correzioni apportate permettano il raggiungimento dell'obiettivo voluto e quindi la soddisfazione del cliente raggiungendo le caratteristiche geometriche richieste. I nuovi risultati sono riassunti nella tabella 3.18 colonna 2:

	<b>Lotto 1</b>		<b>Lotto 2</b>	
<i>Diametro interno minimoiniziale 90 ± 1 mm</i>	<b>Pezzo 1</b>	90.8	<b>Pezzo 1</b>	90.3
	<b>Pezzo 2</b>	90.7	<b>Pezzo 2</b>	90.4
	<b>Pezzo 3</b>	91	<b>Pezzo 3</b>	90.2
	<b>Pezzo 4</b>	91.2	<b>Pezzo 4</b>	90.1
	<b>Pezzo 5</b>	91.3	<b>Pezzo 5</b>	90.8
<i>Diametro interno massimo/terminale 135 ± 1 mm</i>	<b>Pezzo 1</b>	135.5	<b>Pezzo 1</b>	135.5
	<b>Pezzo 2</b>	135.4	<b>Pezzo 2</b>	135.6
	<b>Pezzo 3</b>	135.4	<b>Pezzo 3</b>	135.5
	<b>Pezzo 4</b>	135.4	<b>Pezzo 4</b>	135.4
	<b>Pezzo 5</b>	135.5	<b>Pezzo 5</b>	135.5
<i>Alzata iniziale 12 ± 3 mm</i>	<b>Pezzo 1</b>	11.4	<b>Pezzo 1</b>	12.4
	<b>Pezzo 2</b>	10.3	<b>Pezzo 2</b>	13.0
	<b>Pezzo 3</b>	10.2	<b>Pezzo 3</b>	12.8
	<b>Pezzo 4</b>	9.0	<b>Pezzo 4</b>	12.6
	<b>Pezzo 5</b>	9.1	<b>Pezzo 5</b>	12.1
<i>Alzata terminale 10 ± 3 mm</i>	<b>Pezzo 1</b>	8.3	<b>Pezzo 1</b>	11.0
	<b>Pezzo 2</b>	8.9	<b>Pezzo 2</b>	11.5
	<b>Pezzo 3</b>	7.5	<b>Pezzo 3</b>	11.3
	<b>Pezzo 4</b>	8.8	<b>Pezzo 4</b>	11.2
	<b>Pezzo 5</b>	7.0	<b>Pezzo 5</b>	11.6
<i>Sviluppo spire 5.5 ± 15°</i>	<b>Pezzo 1</b>	+ 5°	<b>Pezzo 1</b>	+ 4°
	<b>Pezzo 2</b>	+ 7°	<b>Pezzo 2</b>	+ 6°
	<b>Pezzo 3</b>	+ 8°	<b>Pezzo 3</b>	+ 6°
	<b>Pezzo 4</b>	+ 10°	<b>Pezzo 4</b>	+ 8°
	<b>Pezzo 5</b>	+ 7°	<b>Pezzo 5</b>	+ 7°

**Tabella 3.18**

Ora la macchina avvolgitrice lavora in controllo ed è pronta per la produzione.

### **Inconvenienti individuati in fase d'industrializzazione**

Come si è potuto individuare nella fase di industrializzazione del paragrafo precedente, non viene utilizzato alcun approccio modellistico per tentare di limitare il numero di prove necessarie al raggiungimento dell'obiettivo preposto con un risparmio in termini di tempo e costi relativi a mano d'opera e materiale acquistato.

Un approccio di possibile implementazione alla risoluzione degli inconvenienti individuati in ambito d'industrializzazione, potrebbe essere l'applicazione del DOE (Design of Experiment).

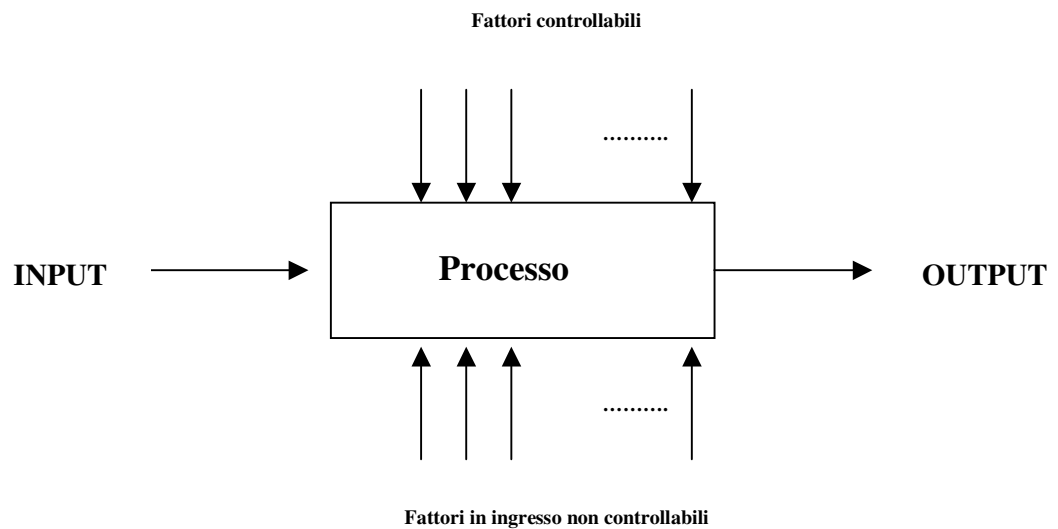
Il DOE, mediante l'utilizzo di prove sperimentali, permette di individuare un modello matematico, in funzione delle possibili prove sperimentali eseguite, che consente di prevedere il comportamento della molla in ambito d'industrializzazione riducendo, in caso di esito positivo, il numero di prove necessarie per la fase di industrializzazione riducendo tutti i costi annessi (materia prime, mano d'opera e tempo).

La possibile applicabilità della tecnica, sarà valutata in linea del tutto teorica, data l'impossibilità di eseguire delle prove sperimentali in azienda, in quanto durante il periodo di stage non è stata richiesta alcuna industrializzazione di nuovi modelli.

### **Cos'è una tecnica sperimentale DOE (Design of Experiment)**

Progettare un esperimento, significa eseguire una prova o una serie di prove in cui si fanno variare i contributi delle variabili di processo, in modo da poter osservare ed identificare le corrispondenti variazioni nella risposta della produzione.

Il processo di produzione, come mostrato in Fig.3.19, può essere visualizzato come una combinazione di macchine, metodi e risorse umane che trasformano la materia prima in prodotto finito.



**Fig. 3.19**

I fattori in ingresso possono essere suddivisi in due categorie:

- } *controllabili*;
- } *non controllabili (fattori di rumore)*.

Gli obiettivi delle tecniche di progettazione degli esperimenti sono:

- } determinare quali variabili influenzano maggiormente la risposta Y del sistema del processo;
- } determinare i fattori di ingresso controllabili,  $X_p$ , in modo da rendere la risposta del sistema, Y, vicina al valore nominale;
- } determinare i fattori di ingresso controllabili che minimizzano la variabilità della risposta Y;
- } determinare i fattori di ingresso controllabili in modo da minimizzare gli effetti delle variabili incontrollabili.

Tali metodi di progettazione di un esperimento, possono essere utilizzati per lo sviluppo di un nuovo processo o per migliorare lo stesso facendo in modo che diventi *robusto o insensibile* alle fonti esterne di variabilità.

I metodi di controllo statistico di processo e progettazione degli esperimenti, sono due “strumenti” molto potenti per il miglioramento e l’ottimizzazione dei processi; per esempio: un processo è in controllo statistico ma ha una bassa capacità produttiva, per migliorare ciò è necessario ridurre la variabilità dei fattori di processo e la tecnica DOE permette di fare proprio questo. Questo tipo di studio può essere di tipo attivo oppure passivo:

- } *attivo*: verranno eseguite una serie di prove cambiando i fattori variabili e osservando le corrispondenti variazioni nella produzione e questo produrrà informazioni che possano farci ottenere un miglioramento;
- } *passivo*: osservare il processo aspettando di raccogliere informazioni che possano portare ad un’effettiva variazione della produzione.

I metodi di progettazione degli esperimenti possono essere anche molto utili nel controllo statistico di processo; per esempio: supponiamo che una carta di controllo indica che il processo è fuori controllo e si hanno molti fattori incontrollabili in ingresso. In questa situazione, può risultare particolarmente complesso portare il processo in controllo, ma per poter identificare quali variabili di processo hanno influenzato maggiormente è possibile utilizzare il DOE.

A conclusione di ciò, è possibile affermare che le tecniche sperimentali del DOE sono “strumenti” importanti per migliorare un processo manifatturiero e nello sviluppo di un nuovo prodotto e/o processo.

Lo sviluppo di processo, ottenibile con tecniche sperimentali, porta ai seguenti risultati:

- } prodotto migliorato;
- } variabilità di processo ridotta e prodotto finito conforme alle richieste;
- } tempo di sviluppo prodotto ridotto;
- } costi complessivi ridotti.

Le tecniche DOE possono avere un ruolo importante anche nella pianificazione delle attività di progettazione, dove si vuole migliorare i prodotti già esistenti e/o sviluppare i nuovi. Utilizzare tali tecniche nella pianificazione delle attività di progettazione, porta ai seguenti risultati:

- } valutazione e paragone dei progetti;
- } valutazione di possibili alternative di materiali;
- } individuazione dei parametri chiave che hanno un maggior impatto sul prodotto finito.

In definitiva è possibile affermare che queste tecniche sperimentali permettono di ottenere un manufatto e un processo migliorato e più affidabile, un prodotto a basso costo e in un minor tempo di sviluppo.

### **Implementazione del DOE alla fase di avvolgimento**

Le variabili in ingresso della macchina avvolgitrice sono:

- } *giri del mandrino o patrona a seconda che venga o meno utilizzato il guida rullo per conferire alla barra incandescente le caratteristiche geometriche della molla richieste dal committente;*
- } *passo, questo parametro può essere conferito alla molla mediante il movimento orizzontale del guida rullo oppure mediante le scalanature ricavata sulla patrona.*

A seguito dell’ambito di sviluppo molla, si sono ottenuti i seguenti valori da immettere come input alla macchina avvolgitrice (tabella 3.24):

	<b>GIRI</b>	<b>PASSO</b>	<b>TOT. GIRI</b>	<b>ALZATA</b>
<b>Alzata iniziale</b>	0.652	18.40	0.652	12
<b>Corpo molla</b>	4.181	107.2	4.833	460.2
<b>Alzata Termin.</b>	0.667	15	5.5	470.2

**Tabella 3.24**

Le variabili d'uscita della macchina avvolgitrice sono le seguenti:

- } diametro interno minimo/iniziale;
- } diametro interno massimo/terminale;
- } alzata iniziale;
- } alzata finale;
- } sviluppo spire.

Delle cinque variabili d'uscita, i primi due parametri indicati, diametro interno minimo/iniziale e massimo/terminale, non possono essere studiati mediante la tecnica DOE, poiché essi non variano con i parametri d'ingresso della macchina stessa; infatti, se questi due fattori non sono in controllo non si agisce sulla macchina per eseguire una nuova programmazione, ma essendo legati al diametro del mandrino sarà necessario far eseguire una nuova lavorazione di tornitura del mandrino per raggiungere l'obiettivo preposto.

Ora bisognerà studiare le tre variabili di uscita, ma il DOE sviluppa modelli per processi che hanno una sola uscita di processo Y e possono avere più ingressi; per questo motivo si ritiene opportuno realizzare tre DOE così come vengono rappresentati nella Fig. 3.25:

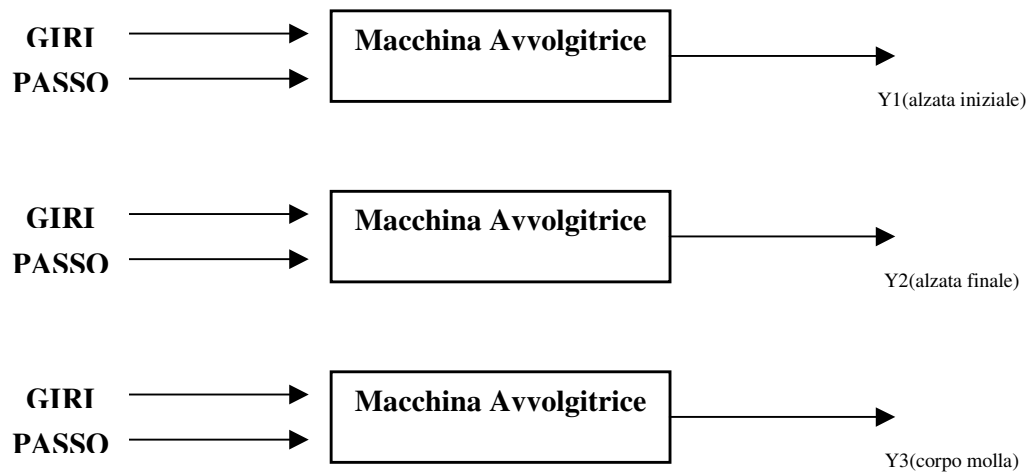


Fig. 3.25, Fattori di input e output (DOE)

Le tre implementazioni hanno, i seguenti dati in comune:

G: giri mandrino;

P: passo.

Di questi due fattori, bisogna ora individuare i due livelli di studio, low e high, registrati nella fase sperimentale.

### DOE-Alzata iniziale, corpo molla e alzata terminale

Il primo passo consiste nell'individuazione, nella fase di sperimentazione, dei due livelli dei fattori d'ingresso così come indicato di seguito:



Fattore	Livello Low	Livello high
G	$x'(low)$	$x'(high)$
P	$x''(low)$	$x''(high)$

Tab.3.26

Essendo un piano fattoriale a due livelli, dovrò eseguire 4 test.

Test	Condizioni codificate		Condizioni iniziali	
	X1	X2	G	P
1	-	-	$x'(low)$	$x''(low)$
2	+	-	$x'(high)$	$x''(low)$
3	-	+	$x'(low)$	$x''(high)$
4	+	+	$x'(high)$	$x''(high)$

Tab.3.27

Bisognerà eseguire gli esperimenti così come sono state individuate nello step precedente, tabella 3.27, misurando la risposta della macchina avvolgitrice.



	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y
1	-	-	Y <sub>1</sub>
2	+	-	Y <sub>2</sub>
3	-	+	Y <sub>3</sub>
4	+	+	Y <sub>4</sub>
	2 <sup>0</sup> = 1	2 <sup>1</sup> = 2	

Ora è possibile ricercare gli **effetti principali** :

**Effetto G:**

livello high      —————>    Y<sub>2</sub>, Y<sub>4</sub>;

livello low        —————>    Y<sub>1</sub>, Y<sub>3</sub>.

L'effetto medio dovuto al fattore G sarà:  $E_G = \frac{Y_2 + Y_4}{2} - \frac{Y_1 + Y_3}{2}$ .

**Effetto P :**

livello high      —————>    Y<sub>3</sub>, Y<sub>4</sub> ;

livello low        —————>    Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub>.

L'effetto medio dovuto al fattore P sarà:  $E_P = \frac{Y_3 + Y_4}{2} - \frac{Y_1 + Y_2}{2}$ .

L'effetto d' **interazione GP** sarà :

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>12</sub>	Y
1	-	-	+	Y <sub>1</sub>
2	+	-	-	Y <sub>2</sub>
3	-	+	-	Y <sub>3</sub>
4	+	+	+	Y <sub>4</sub>

Tab.3.29

La colonna X<sub>12</sub>, si ottiene mediante il rapporto X<sub>1</sub> \* X<sub>2</sub> = X<sub>12</sub>;

livello low      —————>    Y<sub>2</sub>, Y<sub>3</sub> ;

livello high     —————>    Y<sub>1</sub>, Y<sub>4</sub>.

$E_{GP} = \frac{Y_1 + Y_4}{2} - \frac{Y_2 + Y_3}{2}$ .

Ora è possibile scrivere l'equazione di regressione:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \varepsilon.$$

$$\hat{\alpha}_0 = (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)/4;$$

$$\hat{\alpha}_1 = E_G / 2 ;$$

$$\hat{\alpha}_2 = E_P / 2 ;$$

$$\hat{\alpha}_{12} = E_{GP} / 2.$$

Nell'implementazione del DOE rispetto al corpo molla, bisogna fare attenzione poiché all'uscita dalla macchina avvolgitrice la variabile misurabile è lo sviluppo spire e quindi relativo all'intera alzata della molla; pertanto a questo valore bisognerà sottrarre i valori costanti di alzata iniziale e terminale.

**Il modello ottenuto, permette di prevedere la risposta del processo al variare dei fattori d'ingresso: giri e passo.**

⊗ Alzata iniziale



Fattore	Livello Low	Livello high
<b>G</b>	0.650	0.655
<b>P</b>	18.32	18.42

**Tab.3.30**

Test	Condizioni codificate		Condizioni iniziali	
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	G	P
1	-	-	0.650	18.32
2	+	-	0.655	18.32
3	-	+	0.650	18.42
4	+	+	0.655	18.42

Tab.3.31

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>12</sub>	Y
1	-	-	+	Y <sub>1</sub> = 12.4
2	+	-	-	Y <sub>2</sub> = 13.0
3	-	+	-	Y <sub>3</sub> = 12.8
4	+	+	+	Y <sub>4</sub> = 12.6

Tab.3.32

$$EG = \frac{13.0+12.6}{2} - \frac{12.4+12.8}{2} = 0.2 ;$$

$$EP = \frac{12.8+12.6}{2} - \frac{12.4+13.0}{2} = 0 ;$$

$$EGP = \frac{12.4+12.6}{2} - \frac{13.0+12.8}{2} = -0.4 ;$$

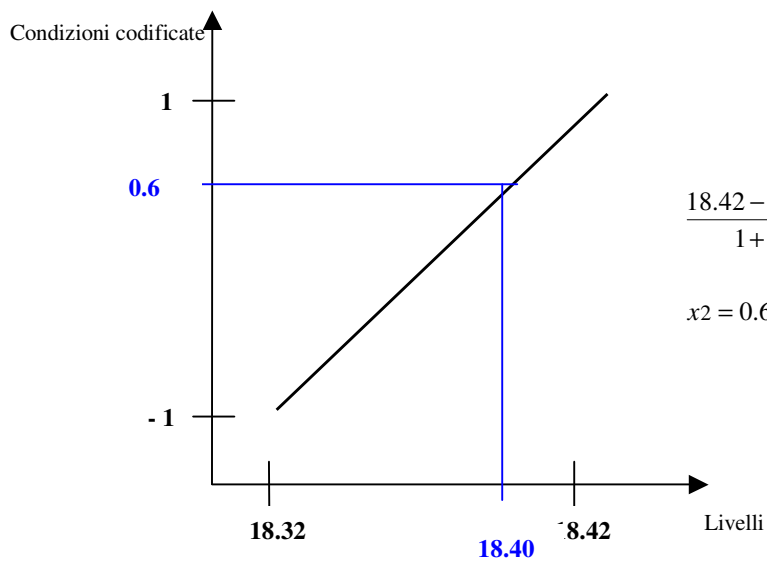
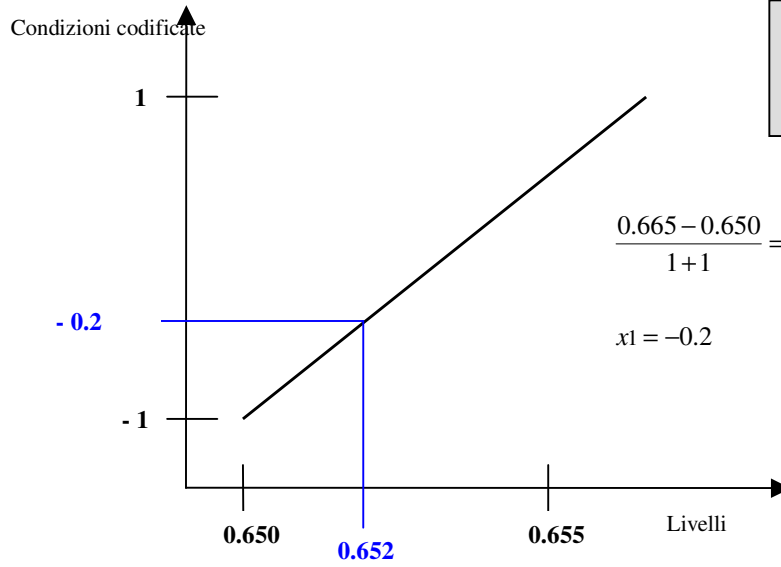
$$\beta_0 = \frac{12.4+13.0+12.8+12.6}{4} = 12.7$$

$$\beta_1 = \frac{0.2}{2} = 0.1; \quad \beta_2 = 0; \quad \beta_{12} = \frac{-0.4}{2} = -0.2 ;$$

$$y = 12.7 + 0.1x_1 - 0.2x_1x_2 + \varepsilon$$

Le variabili **x<sub>1</sub>** e **x<sub>2</sub>** sono riferite alle condizioni codificate e pertanto è opportuno codificare gli eventuali fattori di ingresso mediante l'utilizzo di interpolazioni lineari.

Per poter confrontare i risultati, è opportuno utilizzare gli stessi dati di ingresso e quindi si normalizzeranno i dati individuati in fase di sviluppo molla.



$$y = 12.7 + 0.1x_1 - 0.2x_1x_2 = 12.704\text{mm} \longrightarrow \text{Alzata Iniziale}$$

**Valori Allevard Rejna:** (11.4; 10.3; 10.2; 9.0; 9.1) mm;

**Valore DOE:** 12.704 mm;

**Valore di progetto:**  $12 \pm 3$  mm.

L'applicazione della tecnica DOE, all'alzata iniziale, mediante la sperimentazione a disposizione, offre un ottimo risultato in termini di raggiungimento del valore cercato essendo la risposta del modello pienamente all'interno della tolleranza imposta. E' opportuno sottolineare la presenza di valori, in ambito di sperimentazione Allevard Rejna, al limite inferiore nel range di accettazione; questa condizione è di precario equilibrio in quanto è sufficiente una piccola variazione della risposta in uscita per far di conseguenza realizzare molle che non rispettano più i valori di progetto. Quest'ultimo inconveniente, con gli stessi dati di partenza, non si verificano con la tecnica DOE.