Funzioni di due variabili reali. Domini

dott.ssa Vita Leonessa
Università degli Studi della Basilicata

(27 marzo 2008)

(Analisi) Matematica 2
CdL in Chimica, Biotecnologie, Scienze Geologiche

Una funzione reale di due variabili reali è un'applicazione

$$\begin{array}{rccc} f: & D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$$

L'insieme D si dice *dominio* o *insieme di definizione* o *campo* di f ed è l'insieme dei punti del piano $\mathbb{R}^2$ per i quali la funzione risulta ben definita.

Una funzione reale di due variabili reali è un'applicazione

$$\begin{array}{rccc} f: & D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$$

L'insieme D si dice *dominio* o *insieme di definizione* o *campo* di f ed è l'insieme dei punti del piano $\mathbb{R}^2$ per i quali la funzione risulta ben definita.

PROBLEMA: DATA f COME DETERMINARE IL SUO DOMINIO?

Una funzione reale di due variabili reali è un'applicazione

$$\begin{array}{rccc} f: & D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \longmapsto & f(x,y) \end{array}$$

L'insieme D si dice *dominio* o *insieme di definizione* o *campo* di f ed è l'insieme dei punti del piano $\mathbb{R}^2$ per i quali la funzione risulta ben definita.

Problema: data f come determinare il suo dominio?
Le regole da applicare non sono molto diverse da quelle viste per determinare domini di funzioni ad una variabile.

Esercizio N.1

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{x + y}$$

Esercizio N.1

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{x + y}$$

La radice quadrata è ben definita quando il suo radicando è positivo perciò bisogna imporre la condizione

Esercizio N.1

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{x + y}$$

La radice quadrata è ben definita quando il suo radicando è positivo perciò bisogna imporre la condizione

$$x + y \geq 0 \iff y \geq -x$$

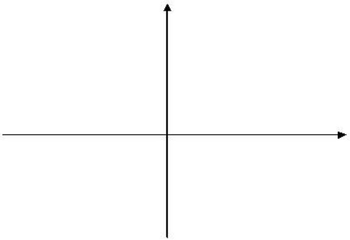
Esercizio N.1

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x,y)=\sqrt{x+y}$$

La radice quadrata è ben definita quando il suo radicando è positivo perciò bisogna imporre la condizione

$$x+y\geq 0 \iff y\geq -x$$



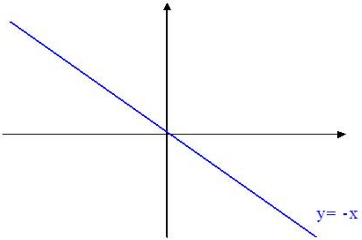
Esercizio N.1

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{x + y}$$

La radice quadrata è ben definita quando il suo radicando è positivo perciò bisogna imporre la condizione

$$x + y \geq 0 \iff y \geq -x$$



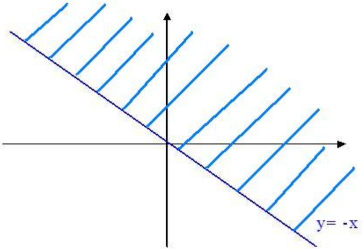
Esercizio N.1

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x,y) = \sqrt{x+y}$$

La radice quadrata è ben definita quando il suo radicando è positivo perciò bisogna imporre la condizione

$$x + y \geq 0 \Longleftrightarrow y \geq -x$$



Esercizio N.2

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$$

Esercizio N.2

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$$

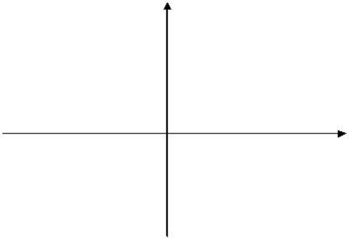
$$\begin{cases} x^2+y^2-1 \geq 0 \\ x^2+y^2-1 \neq 0 \end{cases} \iff x^2+y^2 > 1$$

Esercizio N.2

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \iff x^2 + y^2 > 1$$

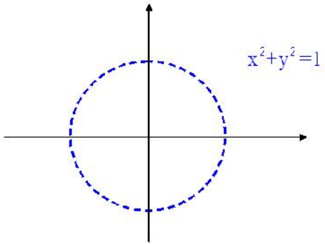


Esercizio N.2

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \iff x^2 + y^2 > 1$$

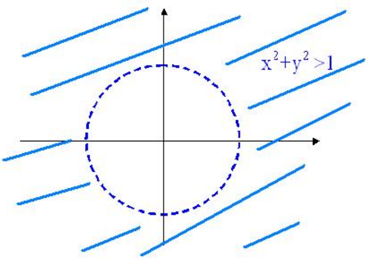


Esercizio N.2

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \iff x^2 + y^2 > 1$$



Esercizi fatti in classe

Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

1. $f(x,y) = \log\left(y^2 - 4x^2\right)$
2. $f(x,y) = e^{\sqrt{xy-1}}$
3. $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$
4. $f(x,y) = \sqrt{y - 4x^2}$
5. $f(x,y) = \sqrt{x^4 - y^2}$
6. $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\log(1-y^2)}$
7. $f(x,y) = \log \dfrac{1-y^2}{x^2-1}$
8. $f(x,y) = \dfrac{xy}{|x| + |y| - 2}$
9. $f(x,y) = \arccos\left(\dfrac{x^2}{4} + y^2 - 2\right)$
10. $f(x,y) = \arcsin x + \arccos x$